

Расчетное задание №4. Нелинейное программирование. Условная оптимизация

Дана задача нелинейного программирования:

$$\max(C_{11}x_1^2 + C_{22}x_2^2 + C_{12}x_1x_2 + C_1x_1 + C_2x_2)$$

1) Решить задачу методом Лагранжа при ограничении:

$$a_{51}x_1 + a_{52}x_2 = b_5;$$

2) Записать необходимые условия оптимальности для задачи при ограничениях:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases};$$

3) Решить задачу методом Била при ограничениях:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases};$$

4) Решить задачу методом Франк-Вульфа при ограничениях:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases};$$

5) Решить задачу методом проекции градиента при ограничениях:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases};$$

6) Записать необходимые условия оптимальности для задачи при ограничении:

$$d_1x_1^2 + d_2x_2^2 \leq b_6;$$

7) Решить задачу методом штрафных функций или методом барьерных функций при ограничении:

$$d_1x_1^2 + d_2x_2^2 \leq b_6;$$

8) Решить задачу методом возможных направлений при ограничении:

$$d_1x_1^2 + d_2x_2^2 \leq b_6.$$

Отчет о решении задачи каждым методом должен содержать подробное описание каждой итерации с приведением промежуточных результатов, а также графическое изображение линий равного уровня целевой функции, границ допустимой области и траектории поиска решения. В каждой точке траектории (или в её непосредственной близости) должна быть проведена линия уровня. Масштаб графиков выбрать таким образом, чтобы траектория поиска решения и область допустимых решений занимала бóльшую их часть. Траектории поиска решения каждым методом рекомендуется оформлять в виде таблиц вида:

X(1)	X(2)	f(X)

Исходные данные:

Набор	C_{11}	C_{22}	C_{12}	C_1	C_2	a11	a12	b1	a21	a22	b2	a51	a52	b5	d1	d2	b6
1	-6	-9	4	20	60	-1	1	4	1	1	6	1	0	2	1	9	36
2	-16	-19	4	80	140	-1	1	4	1	1	5	1	0	2	4	25	100
3	-7	-13	8	10	80	-1	1	4	1	0	2	1	1	6	1	4	16
4	-13	-22	12	30	40	2	3	6	2	1	4	3	2	6	1	9	9
5	-21	-24	4	110	180	2	1	6	1	1	5	0	1	3	3	12	108
6	-31	-34	4	286	388	7	12	84	10	8	80	0	1	5	16	25	400
7	-22	-28	8	172	296	7	12	84	9	7	63	0	1	6	9	16	144
8	-39	-51	16	294	532	7	12	84	10	8	80	0	1	5	4	9	144
9	-16	-34	24	6	288	7	12	84	-1	1	2	9	7	63	3	12	108
10	-50	-65	20	380	680	7	12	84	0	1	6	-1	1	3	25	49	1225
11	-8	-17	12	28	154	7	12	84	-1	1	4	0	1	5	49	25	1225
12	-14	-26	16	84	252	10	8	84	-1	1	4	0	1	5	49	16	784
13	-17	-23	8	182	266	9	7	63	-1	1	4	0	1	4	9	25	225
14	-3	-3	2	10	18	-1	1	3	2	1	6	0	1	3	9	25	225
15	-7	-7	2	34	50	-1	1	2	2	1	6	0	1	3	9	16	144
16	-4	-4	4	8	20	9	4	36	1	1	6	1	1	5	4	9	144
17	-7	-7	6	18	38	0	1	3	2	1	6	-1	1	2	25	16	400
18	-9	-9	2	46	66	-1	1	4	1	1	6	1	0	2	9	25	225
19	-13	-13	2	118	146	7	12	84	10	8	80	0	1	5	16	25	400
20	-10	-10	4	76	100	7	12	84	9	7	63	0	1	6	9	16	144
21	-18	-18	8	132	176	7	12	84	10	8	80	0	1	5	4	9	144
22	-10	-10	12	28	60	7	12	84	-1	1	2	9	7	63	3	12	108
23	-23	-23	10	170	226	7	12	84	0	1	6	-1	1	3	25	49	1225
24	-5	-5	6	28	28	7	12	84	-1	1	4	0	1	5	49	25	1225
25	-8	-8	8	56	56	10	8	80	-1	1	4	0	1	5	49	16	784
26	-8	-8	4	84	84	9	7	63	-1	1	4	0	1	4	9	25	225
27	-9	-6	4	60	20	1	-1	4	1	1	6	0	1	2	9	1	36
28	-19	-16	4	140	80	1	-1	4	1	1	5	0	1	2	25	4	100
29	-13	-7	8	80	10	1	-1	4	0	1	2	1	1	6	4	1	16
30	-22	-13	12	40	30	3	2	6	1	2	4	2	3	6	9	1	9
31	-24	-21	4	180	110	1	2	6	1	1	5	1	0	3	12	3	108
32	-34	-31	4	388	286	12	7	84	8	10	80	1	0	5	25	16	400
33	-28	-22	8	296	172	12	7	84	7	9	63	1	0	6	16	9	144
34	-51	-39	16	532	294	12	7	84	8	10	80	1	0	5	9	4	144
35	-34	-16	24	288	6	12	7	84	1	-1	2	7	9	63	12	3	108

Набор	C_{11}	C_{22}	C_{12}	C_1	C_2	a11	a12	b1	a21	a22	b2	a51	a52	b5	d1	d2	b6
36	-65	-50	20	680	380	12	7	84	1	0	6	1	-1	3	49	25	1225
37	-17	-8	12	154	28	12	7	84	1	-1	4	1	0	5	25	49	1225
38	-26	-14	16	252	84	8	10	84	1	-1	4	1	0	5	16	49	784
39	-23	-17	8	266	182	7	9	63	1	-1	4	1	0	4	25	9	225
40	-3	-3	2	18	10	1	-1	3	1	2	6	1	0	3	25	9	225
41	-7	-7	2	50	34	1	-1	2	1	2	6	1	0	3	16	9	144
42	-4	-4	4	20	8	4	9	36	1	1	6	1	1	5	9	4	144
43	-7	-7	6	38	18	1	0	3	1	2	6	1	-1	2	16	25	400
44	-9	-9	2	66	46	1	-1	4	1	1	6	0	1	2	25	9	225
45	-13	-13	2	146	118	12	7	84	8	10	80	1	0	5	25	16	400
46	-10	-10	4	100	76	12	7	84	7	9	63	1	0	6	16	9	144
47	-18	-18	8	176	132	12	7	84	8	10	80	1	0	5	9	4	144
48	-10	-10	12	60	28	12	7	84	1	-1	2	7	9	63	12	3	108
49	-23	-23	10	226	170	12	7	84	1	0	6	1	-1	3	49	25	1225
50	-5	-5	6	28	28	1	-1	4	1	1	6	0	1	2	9	1	36
51	-8	-8	8	56	56	1	-1	4	1	1	5	0	1	2	25	4	100
52	-8	-8	4	84	84	1	-1	4	0	1	2	1	1	6	4	1	16
53	-12	-18	8	40	120	3	2	6	1	2	4	2	3	6	9	1	9
54	-32	-38	8	160	280	1	2	6	1	1	5	1	0	3	12	3	108
55	-14	-26	16	20	160	12	7	84	8	10	80	1	0	5	25	16	400
56	-26	-44	24	60	80	12	7	84	7	9	63	1	0	6	16	9	144
57	-42	-48	8	220	360	12	7	84	8	10	80	1	0	5	9	4	144
58	-62	-68	8	572	776	12	7	84	1	-1	2	7	9	63	12	3	108
59	-44	-56	16	344	592	12	7	84	1	0	6	1	-1	3	49	25	1225
60	-78	-102	32	588	1064	12	7	84	1	-1	4	1	0	5	25	49	1225
61	-32	-68	48	12	576	8	10	84	1	-1	4	1	0	5	16	49	784
62	-100	-130	40	760	1360	7	9	63	1	-1	4	1	0	4	25	9	225
63	-16	-34	24	56	308	1	-1	3	1	2	6	1	0	3	25	9	225
64	-28	-52	32	168	504	1	-1	2	1	2	6	1	0	3	16	9	144
65	-34	-46	16	364	532	4	9	36	1	1	6	1	1	5	9	4	144
66	-6	-6	4	20	36	1	0	3	1	2	6	1	-1	2	36	25	900
67	-14	-14	4	68	100	1	-1	4	1	1	6	0	1	2	25	9	225
68	-8	-8	8	16	40	12	7	84	8	10	80	1	0	5	25	16	400
69	-14	-14	12	36	76	12	7	84	7	9	63	1	0	6	16	9	144
70	-18	-18	4	92	132	12	7	84	8	10	80	1	0	5	9	4	144